

CRÒNICA D'UNA LLIÇÓ

(LA CUINA DE LA DIDÀCTICA)

Jordi Achón



Aquesta obra està subjecta a una llicència de [Reconeixement-NoComercial-SenseObraDerivada 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)
[Internacional de Creative Commons](https://creativecommons.org/)

Barcelona, 2014

Si no ho puc construir, tampoc no ho puc entendre.

Richard Feynman ([+info](#))

«L'escenari és una aula de primer d'ESO. També podria ser un cinquè o un sisè curs de primària. És el primer dia del curs. Entro atrafegat, amb la meva vella motxilla. Quasi una trentena de cares encuriosides m'inspeccionen i em repassen de dalt a baix. Seuen de dos en dos, per rigorós ordre alfabètic. Vaig directe a la taula del profe, teclejo a l'ordinador de sobretaula i a la pantalla del projector d'aula apareix el símbol socràtic per excel·lència: un gran interrogant. Llavors es quan m'adreço als alumnes, em presento i demano amb un gest a l'alumne que tinc al davant que també es presenti, i mentrestant es presenten, jo anoto els seus noms a la plantilla de pupitres de l'aula, la qual cosa em facilitarà aprendre'm ràpidament llurs noms. A qualsevol alumne li sap greu que un professor no recordi el seu nom.

—Com que passarem més o menys unes cent hores junts durant aquest curs —els dic—, ja ens anirem coneixent.

No dedico temps a presentar el programa de l'assignatura, tothom té l'horari i sap quina és la meva assignatura. En funció del que descriuré, deixo a la imaginació del lector o de la lectora esbrinar a quin departament de l'institut estic adscrit. Tot just acabo d'apuntar el darrer nom que ja passejo, lentament i en silenci, la mirada per entre les cares expectant dels nois i noies, i l'aturo un instant sobre una dotzena que trio a l'atzar, repartides entre l'ordenada geografia de pupitres.»

Va d'enrajolar i d'empaquetar cubs.

«Premo una tecla i l'interrogant de la pantalla desapareix i entren les dues imatges de la figura 1.1.

—Comencem amb una senzilla activitat: mireu com estan col·locades les rajoles del terra de la classe, i suposo que alguna vegada haureu apilat monedes, caixes, daus, blocs del Lego, oi que sí? Si no ho heu fet mai, ja us podeu espavilar aquesta tarde. Us puc deixar una bossa com aquesta, per practicar.

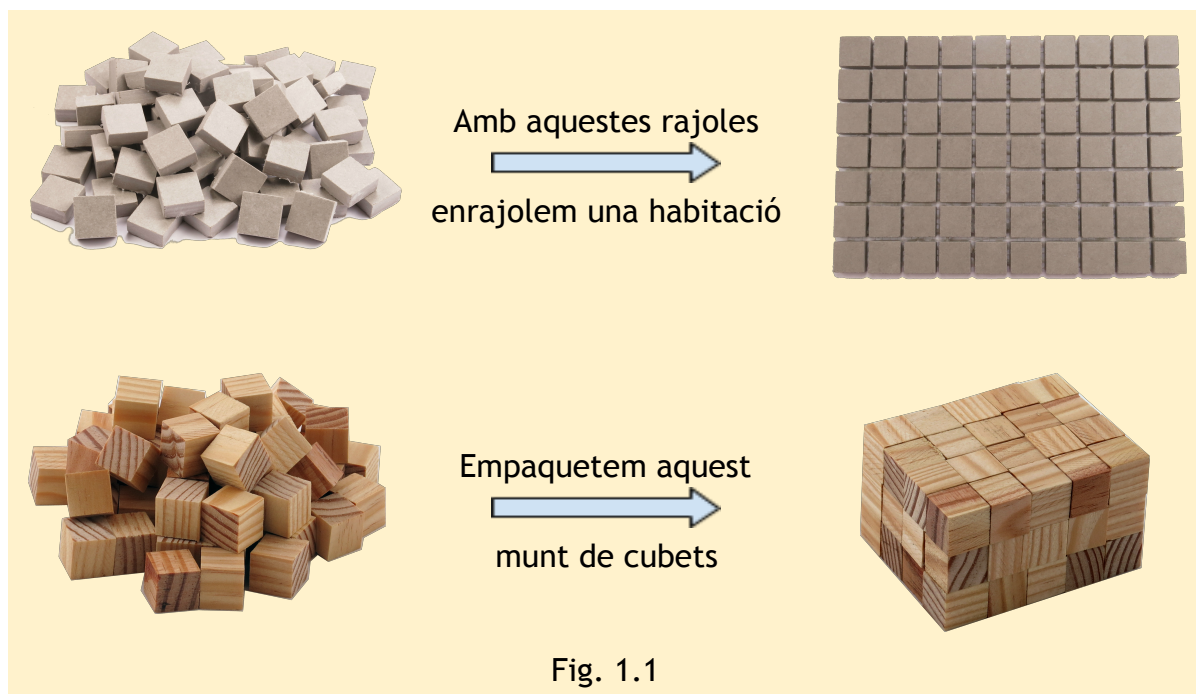


Fig. 1.1

Dit això, de la motxilla en trec dues bosses de plàstic transparent, una amb cubets de fusta de pi, d'1,5 cm d'aresta, i l'altra bossa amb rajoletes quadrades de mosaic, de 2 cm de costat. Les ensenyo a la classe al temps que trec un plec de [fotocòpies de l'activitat](#), que dono als alumnes de les primeres taules amb el prec de repartir-les, i també els dono les bosses amb el prec de repartir una rajoleta i un cubet per a cada alumne.

—Ja us podeu imaginar què us preguntaré, oi?

Silenci als pupitres. Passen uns segons i una mà decidida s'alça.

—Per què estan posats així? —diu.

—¿Potser perquè al fotògraf li agradava posar-los d'aquesta manera? ¿Potser perquè vull ficar els cubets dins d'una capsa? ¿Potser perquè m'agrada enrajolar terres? Ara em podries preguntar perquè els vull empaquetar i perquè m'agrada enrajolar, no? ... i no acabariem mai. Vull preguntes concretes, és a dir, que les respostes siguin clares i simples.

—Hem de comptar quantes rajoles i quants cubs hi ha —intervé una altra veu.

—Premi! Ho has llegit a la fotocòpia?

—Sí.

—Ben fet. Si els ordenem d'aquesta manera és perquè més fàcil comptar-los, i també empaquetar-los dins de capsas. No cal comptar-los un a un. Hi ha varies maneres de calcular quants n'hi ha. També us demano que expliqueu els vostres càlculs. Amb una frase curta n'hi ha prou.

Una mà al mig de l'aula alça una calculadora.

—Podem usar-la?

—Pots ajudar-te del que vulguis, dels dits de la teva mà i també dels peus, si no en tens prou, també de la calculadora, del llapis, de la teva intuïció ... però sobretot et demano que expliquis per què tries els càlculs que fas i no uns altres. Posem 10 minuts? Ah! Una altra cosa us demano: prohibit esborrar o ratllar.

—I si ens equivoquem?

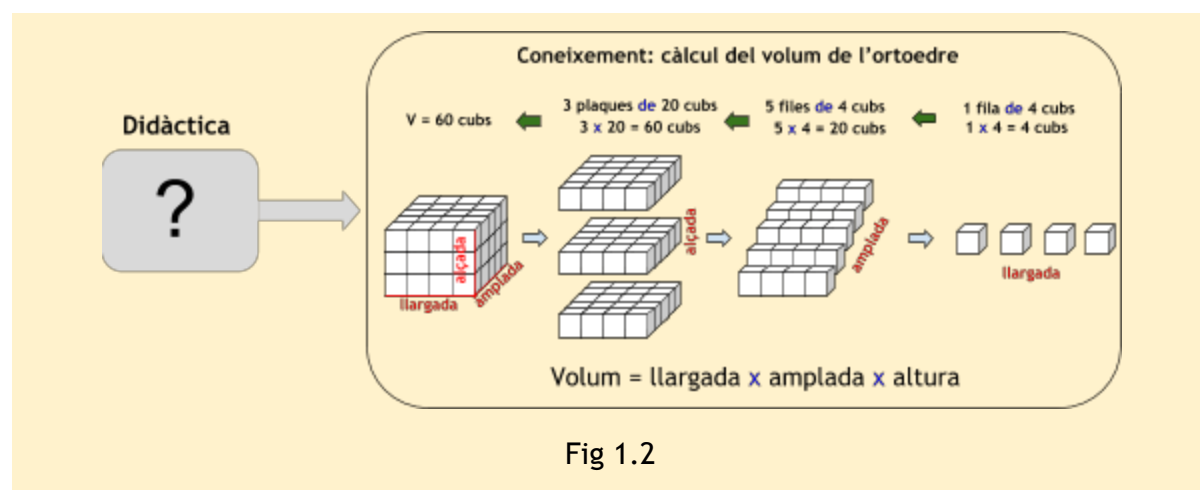
—Cap problema. Ho poseu entre parèntesis i així jo ho sabré.»

Tinc per norma no permetre l'ús de la goma d'esborrar, líquids o cintes correctores a les meves classes i també ratllar càlculs i textos, per tal que, tant ells com jo, puguem llegir amb comoditat *els errors*. L'alternativa a la goma d'esborrar o a les ratllades és posar entre parèntesi tot allò que s'esmena, però, com s'observarà en les proves, és un hàbit difícil de combatre.

La didàctica o el descobriment de la sopa d'all

Deu minuts donen per molt, si un es passeja per entre els pupitres de l'aula alhora que dona un cop d'ull al full de cada alumne. De seguida veus si els càlculs el conduiran cap a la solució, o bé si erra d'una manera que et sona, o bé resulta que no en tens ni idea, de què li balla pel cap.

En aquests moments, vull pensar que la posició de la didàctica és troba a mig camí entre l'epistemologia i la psicologia cognitiva. Sovint es confon un coneixement ben raonat i ben presentat amb la seva didàctica. Si s'entén aquesta com l'art d'orientar i guiar els aprenentatges dels alumnes, caldrà ser prou curós en distingir el coneixement en sí mateix del guiatge per assolir-lo. La diferenciació que vull remarcar està representada en la figura 1.2.



En més d'un llibre de text trobarem un gràfic semblant a la part enquadrada de la dreta per explicar el càlcul del volum d'un ortoedre, i més d'un pensarà que la descomposició de l'ortoedre en plantes, les plantes en files i les files en cubs és precisament la *didàctica del càlcul del volum de l'ortoedre* i que el coneixement pròpiament dit seria la fórmula:

$$V = \text{Llargada} \times \text{Amplada} \times \text{Altura}$$

Aquesta idea és refuta ràpidament. En efecte, si tenim present que aquesta fórmula deriva d'aquesta determinada manera de descompondre l'ortoedre, ja que, tinguem-ho ben present, hi ha d'altres descomposicions possibles les quals ens portarien a altres fórmules, per bé que més complexes que l'anterior, però que ens donarien el mateix resultat. Més endavant, després d'analitzar els resultats de la prova, hi tornarem.

El que vull posar negre sobre blanc és que si no es pot diferenciar entre la *didàctica* del càlcul del volum de l'ortoedre i el *coneixement* anomenat càlcul del volum de l'ortoedre, anem abocats a considerar la didàctica com una activitat baldera e innecessària, un producte retòric més, dels molts que campen pel món de l'educació.

Conec professorat que, davant les teories i sistemes didàctics, esbossen un somris entre irònic i escèptic, i acaben per considerar que la didàctica és el descobriment de la sopa d'all, que per ensenyar bé només cal explicar i presentar bé els continguts del currículum, i que és la dedicació de l'alumnat qui fa la resta. Aquí rau el repte d'aquest assaig sobre la didàctica: en mostrar que la didàctica té una cuina pròpia.

Alguns alumnes ja han acabat, d'altres encara hi estan capficats. Queden cinc minuts, per continuar la reflexió.

Temptatives cognitives

És obvi que els docents han de conèixer els coneixements (la redundància és intencionada) que ensenyen, però és una mancança cultural no saber-ne res dels problemes que els originaren. Qualsevol dels coneixements que s'ensenyen a les escoles, en un determinat moment històric, foren un problema per solucionar, una investigació en marxa. Partint d'aquesta visió històrica, qualsevol coneixement es pot concebre com la solució a un problema, és a dir, el resultat d'un procés resolutori. Es digne d'investigar-se com aquestes *solucions*, en el si d'un context acadèmic, s'estructuraren en un discurs lògic desproveït de tota referència constructiva, i, per descomptat, ignorant tots els senderis erràtics pels que transitaren els investigadors en el seu moment. Una vegades enllaunades les solucions, talment sardines en conserva, aquestes foren servides a les aules.

Des del meu punt de vista, la didàctica de qualsevol coneixement demana una perspectiva epistemològica i històrica del problema del que va partir, si no l'original i genuí, perquè aquest acostuma a ser complex i no sempre es disposarà del rastre històric, al menys és possible perfilar el seu context i les preguntes bàsiques.

En diversos moments, d'aquest assaig, recorreré a clàssics de la filosofia de la ciència (Kuhn, 1962; Popper, 1972; Feyerabend, 1970; Lakatos, 1976; Hempel, 1965). De llurs obres en manllevaré més d'una idea, les que considero com aportacions a la didàctica. Vagi el meu agraïment per a tots plegats.

Comencem per en Sir Karl R. Popper. De jove, fou professor d'institut durant uns pocs anys. Hi ha un detall de la seva biografia em va agradar força: als vint-i-dos anys va treballar d'aprenent amb l'ebenista vienès Adalbert Pösch. D'aquesta experiència va arribar a dir-ne, en la seva autobiografia, que en el taller de l'ebanista fou on va aprendre més teoria del coneixement, molt més que amb cap altre professor.

Popper (1972, p.138-139) proposa el següent esquema per explicar el progrés del coneixement científic:

$$P_1 \rightarrow TT \rightarrow EE \rightarrow P_2$$

A partir d'un problema inicial (P_1), els científics elaboren una Teoria Tèptativa (TT) que intenta resoldre'l, però aquesta, quan es posa a prova mitjançant un procés de falsabilitat (de falsar: invalidar una hipòtesi, una teoria, etc., mitjançant una observació o una experiència) n'emergiran errors i contradiccions, de manera que l'Eliminació d'Errors (EE) constituirà un nou problema (P_2), la solució del qual serà la que aportarà nou coneixement a la ciència. Vet aquí d'on prové la idea que esmentava al començament. De fet, com diu Victòria Camps ([+info](#)) en el pròleg de la traducció catalana del *Coneixement Objectiu*, l'obra de Popper és una apologia de l'error. També Feyerabend i Kuhn filosofen sobre els errors, però crec que de la seva obra no se n'extreu tanta utilitat didàctica sobre l'error com en la de Popper. Amb tot, com veurem més endavant, en l'obra d'aquests dos autors també hi practicarem la mineria i n'extraurem aplicacions per a la didàctica.

Val a dir que la variant psicològica de l'esquema epistemològic de Popper seria l'*aprenentatge per assaig-error*, expressió forjada pel psicòleg estatunidenc E.L.Thorndike ([+info](#)), i també s'escau dir que la variant pedagògica seria el *Tempteig Experimental*,

expressió formulada pel pedagog francès Celestin Freinet ([+info](#)), icona del moviment de l'Escola Nova.

Personalment prefereixo l'expressió *Temptativa Cognitiva* (TC), de manera que l'esquema de Popper, en una *adaptació didàctica*, quedaria de la següent manera:

$$P_1 \rightarrow TC \rightarrow EE \rightarrow P_2$$

En el ben entès que:

P_1 : és el problema inicial que plantejem a l'alumne. I com que el tipus de problema que plantejem genera coneixement, per força, ha de ser un problema obert.

TC: les temptatives cognitives de l'alumne per resoldre el problema inicial.

EE: es refereix a l'emergència d'errors i a llur identificació, i eliminació o depuració d'errors a compte de l'alumne sobre els resultats de les pròpies temptatives cognitives.

P_2 : bé per l'eliminació d'errors, bé per la pròpia obertura del problema inicial, s'albira l'horitzó d'un nou problema.

Semblarà que el problema que he plantejat a la prova, a saber: comptar les rajoles del rectangle i els cubets empaquetats, no té res de problema obert, perquè són de solució única. No només ens serviran per mostrar la diferència entre didàctica i coneixement, sinó que ensenyarem com ens podem impulsar en problemes elementals com aquests per fer un salt qualitatiu cap a problemes oberts i complexos. Però, això, com en les novel·les de misteri, ho desvetllaré al final del capítol.

Coneixements frescos i en conserva.

La figura 1.2. ens ja ho aclareix: el coneixement en mode conserva seria la part dreta de la figura, a saber: la peculiar descomposició de l'ortocentre i l'equació algebraica que se'n deriva d'ella, és a dir, la fórmula. El coneixement en conserva és un coneixement resolt, no un problema plantejat. Així, l'aprenentatge d'un coneixement en mode conserva consistirà, bàsicament, en comprendre una estructura lògica, per tant, la seva docència es limita a presentar-lo i explicar-lo amb claredat. Si ens atenem a la visió didàctica que estem posant en solfa, aquí no podem parlar de didàctica, sinó de presentar l'explicació d'un concepte, d'una teoria, d'un algorisme, etc.

En canvi, l'aprenentatge del càlcul del volum de l'ortoeidre en mode fresc és el procés de resolució del problema d'idear un mètode eficient per comptar els cubets, cosa que ens aboca a la construcció d'aquest coneixement. Mes endavant la definirem.

Durant l'aprenentatge escolar d'un coneixement en mode conserva, l'alumne adopta un paper de receptor o d'espectador del que se li ensenya, ensenyar en sentit literal, de mostrar. Mentre que en el mode fresc, l'alumne no té més alternativa que actuar i assumir la responsabilitat d'intentar resoldre el problema. En mode fresc juguem el partit, en mode conserva mirem el partit. Podríem dir que en mode conserva llegim coneixement, mentre que en mode fresc l'escrivim. És clar que en ambdues situacions es produeix aprenentatge. I queda clar, entenc, que no menystinc l'aprenentatge en mode conserva. La dieta escolar ha de ser variada. I cal ser conscient que un aprenentatge en mode fresc, a més d'una didàctica específica, demana més temps que si el mateix aprenentatge es fa en mode conserva. I passa també que determinats coneixements del currículum, posem per cas el concepte d'àtom, no és factible de posar-lo en fresc.

També he de precisar aquí un matís important, per tal de no confondre el concepte de problema que s'està dilucidant aquí amb els problemes que trobem en els llibres de text, per regla general després d'explicar un concepte o una teoria, i que, per descomptat, són molt interessants i respectables. En efecte, la major part d'aquests problemes estan concebuts per aplicar un concepte o un algorisme, no per a conduir-nos precisament a la descoberta d'aquest concepte o a la construcció d'aquest algorisme. No té mateixa naturalesa ni el mateix sentit un problema la solució del qual genera coneixement que un altre que s'ha concebut per exercitar un coneixement determinat.

Aliances de la didàctica

Tornant a l'aula, veiem alguns alumnes que han acabat la prova, i llur mirada ja vaga aburrida per l'espai. El que desvetllarà la prova de l'enrajolat i de l'empaquetament ortoèdric serà una diversitat de percepcions sobretot de la fotografia de l'ortoeidre i de diferents temptatives per comptar els cubets, i això constituirà la matèria primera per elaborar la didàctica del càlcul del volum de l'ortoeidre.

Atesa aquesta diversitat, i si s'entén la didàctica com una guia cognitiva, aquesta no pot tenir un únic fil d'Ariadna: per força ha d'estar oberta i preparada per incorporar-ne de nous.

El disseny didàctic d'un coneixement en concret arrenca permeten que els alumnes primer afrontin sols el problema i explorin solucions, és a dir, que generin quantes més temptatives

millor, ja que d'aquestes se'n derivaran els errors que ens facilitaran les claus per modelar una didàctica. Això implica definir i concretar un procés cognitiu elaborat a partir de l'observació empírica de les temptatives resolutòries dels alumnes. Ve a ser un exercici d'empatia, perquè hem d'interpretar què i com pensen els alumnes. Per fer-ho, cal recórrer a conceptes de la psicologia cognitiva, de la lingüística, de la metodologia i de l'epistemologia. Aquests són:

- l'heurística
- la percepció
- la imaginació
- el llenguatge

Desenvolupem-los una mica, abans d'examinar unes quantes proves.

Eureka!

(del gr. *ēūrēka* “he trobat”, perfet del verb *eurískō* “trobar”)

És el famós crit d'alegria que la llegenda posa en boca d'Arquimedes (287-212 a.C.), quan descobrí el principi mecànic de la flotació dels cossos, llei física que porta el seu nom, i d'ell se'n deriva el terme *heurística*

Terme que té dues accepcions que cal diferenciar: la metodològica i la psicològica.

Des d'una perspectiva metodològica, en l'àmbit de la ciència i de la tecnologia, es denomina *heurística* a la capacitat d'un sistema per resoldre un problema mitjançant mètodes no rigorosos, és a dir, quan se cerca la solució per tempteig o usant regles empíriques, i no pas a través de la deducció. El mateix Arquimedes, en la carta⁽¹⁾ que prologa *El Mètode*, adreçada a Erastòstenes, aleshores director de la mítica biblioteca d'Alexandria, exposa el principi del mètode heurístic.

La capacitat heurística és un tret característic de la intel·ligència humana per resoldre tota mena de problemes. En didàctica de la matemàtica, l'ensenyança de la metodologia heurística ha originat un corrent pedagògic anomenat Aprenentatge Basat en Problemes, del qual G. Pólya en fou pioner ([+info](#)). És un dels autors al que hi tornarem més endavant.

Des d'una perspectiva psicològica, aquest terme també és d'ús comú en les ciències cognitives actuals. És per això que n'he de fer cinc cèntims ara, abans de llegir i comentar les proves dels alumnes, perquè aquesta accepció del concepte d'heurística ens permetrà interpretar què balla pel cap dels alumnes mentre resolen el càlcul de la quantitat de rajoles i

dels cubets que conté l'ortodre. A vegades, no es fàcil entendre què balla pel cap d'un alumne quan intenta resoldre un problema. En el quefer docent és imprescindible comprendre els errors de l'alumnat, ja que, per guiar-los cap el bon camí cal partir de la mateixes vies cognitives on es fiquen, si no, com els trauràs d'allà?

Segons Gerd Gigerenzer (2007) ([+info](#)), les heurístiques (en plural) són estratègies adaptatives generades per la nostra ment per tal de resoldre situacions. Són *ràpides i frugals* i solen operar igual de bé que els algorismes racionals. Ràpides, perquè ens apareixen al cap de cop, quan som requerits o interpel·lats a actuar. No són el resultat d'un *esforç mental*, és a dir, que brollen espontàniament de les profunditats de la ment, i és per això que s'associen amb la intuïció. Són frugals, perquè necessiten de poca informació per activar-se.

Una altra característica de les heurístiques mentals és que són *autònomes*, és a dir, que no les produïm d'una manera voluntària (com fem, per exemple, quan executem un algorisme de càlcul), en som conscients d'elles una vegada han emergit del fons de la nostra ment. Tenim una predisposició natural a seguir-les, a fer cas d'elles i en elles basem bona part dels nostres judicis i decisions. En tant que produccions autònomes de la nostra ment, anem abocats a situar-les en l'esfera del nostre inconscient. Les heurístiques són encertades en molts cassos, però en d'altres són errònies. N'hi ha que són errors sistemàtics, que, en terminologia de la psicologia cognitiva, és coneixen com els *biastos cognitius*. En parlarem d'ells en el proper capítol, dedicat exclusivament a l'error i a la teoria dual del raonament.

Al lector no se li escaparà que, de fet, una heurística *també es pot entendre* com una temptativa cognitiva. També han de quedar clares les dues accepcions del terme heurística, serà el context qui ens determinarà si ens referim al sentit metodològic o al psicològic.

Aprendre a veure

Els sentits són la nostra finestra al món i ens proporcionen la matèria primera per construir el nostre coneixement de l'entorn. La percepció és més que un simple registre de sensacions: implica interpretar informació, que sovint és ambigua o insuficient, amb la finalitat d'arribar a comprendre què és el que hi ha allà fora nostre, és a dir, el món. L'alumne mira les fotografies de les rajoles i dels cubets empaquetats, i en aquests moments això és el seu món i afronta el repte de comptar-los.

Les dues fotografies estan composades de tal manera que indiquen que s'ha realitzat una acció sobre el munt informe de rajoles i de cubets: s'han arreglerat o apilat de manera uniforme i regular. Són fotografies d'objecte reals, de 3 dimensions, que, com que estan

impreses en dues dimensions, en el cas dels cubets, no mostren la superfície completa, és a dir, les sis cares del paquet. Els passa el mateix als nostres ulls: quan miren un objecte que ens és familiar, la seva mirada no abasta completa i simultàniament tota la superfície de l'objecte, a menys que un no s'hi desplacin al seu voltant. No obstant això, sabem que hi ha una part oculta perquè el nostre sistema perceptiu es capaç de completar-la, i això implica que d'alguna manera extreu de la seva *memòria* el patró de l'objecte i mobilitza la *imaginació* per representar-lo.

En el cas dels cubets empaquetats, el que mostra la fotografia no és un objecte familiar per a la majoria dels alumnes. Segurament és la primera vegada que la veuen, però tant la forma dels cubs com la forma en què s'han empaquetat sí que els és familiar, en major o menor grau, però.

En la psicologia de la percepció hi ha un principi sòlidament establert segons el qual un acte de percepció implica dos processos simultanis que interactuen entre ells (Smith & Kosslyn, 2007, p. 75-76):

- a) Els processos de **baix a dalt**: són les sensacions que ens entren a través dels nostres sentits. Aquests processos estan guiats per la informació sensitiva procedent de l'entorn físic. En el cas que ens ocupa, la informació sensitiva seria resultat de mirar la fotografia dels cubets empaquetats, que, des de la perspectiva amb la que s'han fotografiat, només ens presenta que tres cares.
- b) Els processos de **dalt a baix**: que busquen activament i extreuen informació sensitiva. Aquests processos estan guiats pel nostre coneixement, les nostres creences, expectatives i objectius. En el nostre cas i depenent del coneixement que en tinguem, podem veure-hi una forma ortoèdrica, o no

Els dos entreteniments visuals següents ens il·lustren sobre aquests dos tipus de processos.

Mireu els dibuixos A i B. Els processos de baix a dalt mostren línies i delimiten regions. Però sí jugueu mentalment amb la imatge i considereu què podrien significar les regions, podeu arribar a sentir la *il·luminació* del procés de dalt a baix.

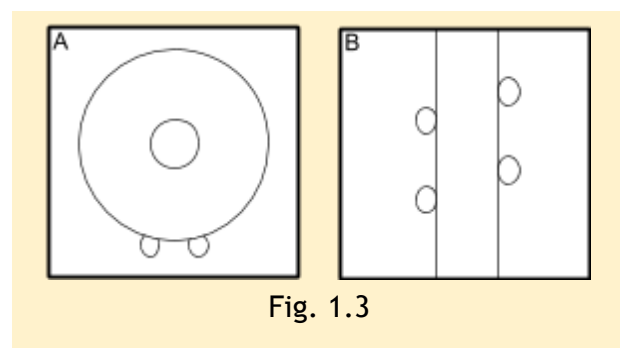


Fig. 1.3

A partir d'ara, si és que no coneixíeu aquests dos entreteniments visuals, cada vegada que mireu aquestes dues figures, si les heu resolt⁽²⁾, no podreu evitar de percebre-les d'aquesta

manera.

Són els processos de dalt a baix els qui controlen la dinàmica de la percepció. Allò que sabem governa les nostres percepcions, de manera que les percepcions són *interpretacions*, representacions produïdes per la interacció entre els dos tipus de processos. El nostre sistema perceptiu conté una capsa d'eines *heurístiques* que s'alimenta d'aprenentatges explícits o implícits⁽³⁾, i amb elles dona sentit al món tot fent *deduccions*, conscients o inconscients, a partir de les informacions que rep. De vegades, aquestes deduccions són errònies, bé per manca de coneixements explícits, bé pels biaixos perceptius, com és el cas de les anomenades il·lusions òptiques.

En aquesta caixa d'eines, els psicòlegs cognitius postulen que hi ha un calaix específic per al reconeixement d'objectes tridimensionals. S'especula que el cervell resol aquest problema a través d'un procediment de reconeixement per components bàsics. Aquests components bàsics serien un total de 24 patrons geomètrics tridimensionals anomenats *geons* ([+info](#)), un dels quals és la forma ortoèdrica.

Un altre principi sòlidament establert és l'existència de determinats mecanismes perceptius del cervell que *rebutgen* informació quan aquesta és redundant, i la *completen* quan en falta, a partir de la memòria emmagatzemada sobre l'aspecte habitual dels objectes. Atenent-nos a les proves, es veurà que no totes les percepcions dels alumnes són idèntiques, ni de bon tros. En el cas dels cubets empaquetats, llevat d'uns quants alumnes, que percebran una forma poligonal plana formada per una sola capa de cubets, la percepció majoritària afegirà volum i forma ortoèdrica al cos fotografiat, pe bé que, d'entre aquests últims, no tots *ompliran* aquest volum amb cubets.

Sigui quina sigui la percepció de cada alumne, és evident que tindrà les seves conseqüències i condicionarà la resolució del problema, malgrat que, com es veurà més endavant, percebre correctament el geó ortoèdric no és garantia de resoldre bé el problema.

L'ull de la ment

La capacitat d'imaginar té un paper fonamental en el desenvolupament cognitiu, afectiu i social de les persones, i és objecte d'investigació des de temps pretèrits. Aristòtil (384 a.C.-322 a.C.), per exemple, ja especulava sobre la seva naturalesa. És un tema recurrent en quasi tots els àmbits del coneixement, des de l'antropologia fins la tecnologia, passant per totes les formes d'expressió artística.

En neurobiologia, la imaginació es defineix com un procés cognitiu que permet a l'individu

processar informació generada intrínsecament i amb la finalitat de crear una representació percebuda pels sentits de la ment. Tots, amb major o menor intensitat i claredat, som capaços de tancar els ulls i visualitzar objectes coneguts i i d'efectuar sobre ells accions igualment imaginàries. A aquest sentit de visió interior se'l coneix com l'ull de la ment.

No hi ha un acord unànimе quant a la psicologia de la imaginació. Es clàssica, i objecte d'estudi a les facultats de psicologia, les diferents concepcions sobre el paper del joc simbòlic en el desenvolupament cognitiu del nen de Jean Piaget i Lev Vigotsky. A grans trets, mentre que per en Piaget la funció del joc simbòlic dels nens és una transició o una preparació cap el pensament lògic, per a en Vigotsky, el joc simbòlic ja és cognició i, a més, té un paper important en l'aprenentatge de les regles de relació social.

Atesa la seva rellevància psicològica i en tots els àmbits creatius, alguns pedagogs, com Kieran Egan (1992) n'han fet d'ella l'epicentre de la seva proposta pedagògica. Abunden les crítiques a la institució escolar per la seva incidència negativa sobre el desenvolupament de la creativitat dels escolars, i són molt conegudes les crítiques de l'activista Sir Ken Robinson ([+info](#)).

A efectes d'aquest assaig, hi ha tres facetes de la imaginació que m'interessa distingir:

La primera es refereix a la creació d'imatges mentals, tant d'objectes com de situacions o contextos. Per força, aquestes actuacions de la ment estan relacionades amb la percepció i amb la memòria. És el cas que ara ens ocupa. I centrant-nos en la segona prova, la pregunta a fer-se és si la *imatge mental* que cada alumne es fa del paquet de cubs es la mateixa. Evidentment que no.

Tal com apuntava a l'apartat anterior, un examen de les 55 proves, que podeu veure en [aquest enllaç](#) i que analitzaré amb més detall al proper apartat, permet inferir que de la fotografia del paquet de cubets:

- Hi ha alumnes que hi veuen un paquet sòlid, de tres dimensions, amb sis cares i amb un interior ple de cubets.
- D'altres hi veuen un paquet de tres dimensions, amb sis cares fetes de cubets i sense un interior definit.
- Finalment, un grup reduït d'alumnes hi veu una figura plana formada per una sola capa de cubets, no gaire ben posats i una mica torçats.

En el proper apartat analitzarem algunes proves amb més detall. El fet que vull ressaltar és que tots miren la mateixa fotografia, però les imatges mentals que *veuen*, a partir de la seva percepció, no tenen perquè coincidir. La reflexió a fer és neta i clara: si aquestes diferències

es produeixen sobre un objecte d'aprenentatge, diguem-ne senzill, què no passarà quan aquest sigui més complex? La diversitat està servida. Però abans d'entrar-hi, comentem breument les altres dues facetes de la imaginació, les quals, mes endavant, expandiran la lliçó que ens ocupa.

La segona faceta de la imaginació és la que crea narratives i és la que impulsa els gèneres literaris. És la que crea éssers o contextos fantàstics, o que qualsevol entitat del món real, bé objectes, bé éssers, es transformin per la voluntat del subjecte, qui, a la vegada, també hi participa tot adoptant una identitat imaginària. És una imaginació interpretativa i lúdica, és la que produeix el joc simbòlic, el joc de rol i el de simulació en els infants, adolescents i en els adults. En aquest mode d'imaginar, l'actor crea una situació possible en la que s'hi projecta, i les transformacions que s'hi esdevenen es produeixen de la mateixa manera que en la realitat, fins i tot les relacions de causa-efecte, per bé que en una situació imaginària es poden transgredir (Harris, 2000: p. 199). Com es veurà al final d'aquest capítol, és un mode imaginatiu amb grans prestacions didàctiques.

La tercera l'anomenem la imaginació heurística. A ella hi jugaven, per citar un parell de casos emblemàtics de la història de la física, Michael Faraday (1791-1867), qui, a base de combinar diferents tipus de moviment entre imants, conductors elèctrics, alhora que també variava llurs formes i dimensions, descobrí el principi de la inducció electromagnètica i inventà el primer generador i motor elèctrics. També jugava amb aquesta tipus d'imaginació que practicava el jove Albert Einstein (1879-1955), amb els seus famosos *experiments mentals* amb trens, rajos de llum, rellotges, ascensors i observadors, i que foren el preludi de la teoria de la relativitat. És seva la coneguda cita: «La imaginació és més important que el coneixement. El coneixement és limitat. La imaginació envolta el món». Hi podríem afegir que també envolta a totes les ciències i a les tecnologies, fins i tot la que té una fama més àrdua i seca de totes, com és la matemàtica, tampoc no està exempta d'imaginació (Kasner & Newman, 1940).

La imaginació heurística també se la practica responant a preguntes que canvien algun factor de la realitat o n'introdueixen un de nou que no es habitual en un context determinat. Són preguntes que han de respondre a un condicional i que comencen amb un *què passaria si ...* Un clàssic d'aquesta modalitat d'imaginació, i que respon a una pregunta d'aquesta mena (Què passaria si el món tingués dues dimensions?) és la novel·la *Planilàndia* (Abbott, 1884), que descriu les vicissituds i la vida quotidiana d'un personatge (un quadrat) que viu en món de dues dimensions. ([+info](#))

En altres àmbits de la didàctica, com el literari, cal esmentar la *Gramàtica de la fantasia*

(Rodari, 1973) o art d'ensenyar a inventar històries a partir de dues paraules claus, anomenades el *binomi fantàstic*, amb el que la combinatòria de dos paraules és el punt de partida.

En fi, és una mena d'imaginació que manipula i opera sobre idees, conceptes o objectes, i hi fa sense cap mirament, ni límit, a través d'un repertori obert d'accions com ara fusionar, unir, analogar, simplificar, substituir, combinar, separar, transposar, ampliar, reduir, capgirar, invertir ... etc.. Accions que omplen els manuals de tècniques d'estratègies creatives. Però una cosa és ben certa: un bon manual mai no pot garantir resultats.

Per descomptat, aquesta modalitat d'imaginació, combinada amb l'anterior, constituïran l'ingredient fonamental d'aquesta proposta didàctica.

Sorprenent Diversitat

Abans de recollir les proves, i ja entrant a la segona part de la primera classe, demano a cada alumne que digui quantes rajoles i cubets ha comptat, i demano a dos alumnes que apuntin les quantitats a la pissarra, un les rajoles i l'altre els cubets.

Vet aquí els resultats de dos grups als que vaig passar aquesta prova, amb un total de 55 alumnes.

Rajoles

(En el [següent enllaç](#) hi trobareu totes les proves)

<i>Nº Alumnes</i>	<i>Procediment per comptar les rajoles</i>
52	Amb una multiplicació: $7 \times 10 = 70$
2	Comptant de 10 en 10
1	Comptant d'una en una

Cubets

(En el [següent enllaç](#) hi trobareu totes les proves)

<i>Nº Alumnes</i>	<i>Resultat (quantitat de cubs comptats)</i>
25	60
5	72
3	20
20	Cada resultat correspon a un dels 20 alumnes: 12, 75, 36, 27, 104, 57, 24, 37, 42, 45, 300, 55, 15, 78, 88, 61, 135, 69, 108, 47

«—Estareu d'acord amb mi —els dic, referint-me als cubets— que, pel fet que uns quants o tots tingueu el mateix resultat, no per això aquest resultat serà el correcte, oi?

Veig que una majoria de cares s'estranyen, algunes de les quals deuen de pensar: de què vas, profe?, perquè tot seguit demano que surtin a la pissarra dos voluntaris que tinguin resultats diferents, de la prova dels cubets. Unes quantes mans s'han alçat, i en trio dues a l'atzar (o potser no).

—Quants cubets has comptat, tu?

—72.

—D'acord, surt. Qui no té 72?

S'alcen un munt de mans més.

—Tu mateixa. Quants cubets has comptat?

—60.

—Premi, surts tu. Està clar que tots dos no podeu tenir raó: no hi poden haver a la vegada 60 i 72 cubets, oi que no? —assentiment general i ambient de desconcert—. No, esclar que no. Aquí només poden passar dues coses: que un tingui la raó i l'altre no, o que tots dos estiguen equivocats. El que us demano és que demostreu que el vostre company s'ha equivocat comptant els cubets, ja que té una quantitat diferent de la vostra. Per començar el debat, primer, cadascú explica com els ha comptat i l'altre l'escolta. Tothom pot intervenir per dir la seva, entesos? Vinga, comences tu.

Serà un debat únic i irrepetible, i molt instructiu per a tots plegats, sobretot per a mi. »

Mentrestant debaten, fem una ullada a la prova: la primera cosa que sorprèn és la gran diferència d'encerts entre els dos ítems de la prova. Mentre que quasi la totalitat dels alumnes (94,5%) compta les rajoles per mitjà d'una multiplicació de dos factors (llargada i altura, o amplada), més de la meitat (54,5%) no compta bé els cubets, perquè no planteja bé la multiplicació, en aquest cas de tres factors (llargada, amplada i altura).

Sembla com si el fet d'haver afegit una dimensió més al problema, que equival a un factor més en la multiplicació, hagi estat un obstacle determinant.

Centrem-nos en l'ítem dels cubets: dels 55 alumnes, 25 (45'5%) resolen correctament el problema (solució: 60 cubs), 28 calculen una quantitat incorrecta i 2 alumnes deixen en blanc la prova; en resum: un 54,5% no resol el problema.

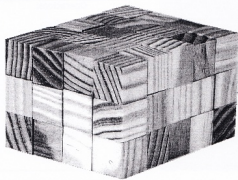
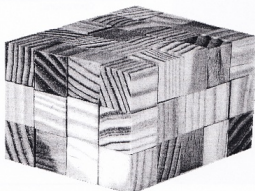
No caldria dir-ho, però millor dir-ho ara: que no es poden extrapolar aquests percentatges a cap població escolar⁽⁴⁾. Però si passeu la mateixa prova a alumnes de primer d'ESO, aposto que hi haurà més d'una coincidència.

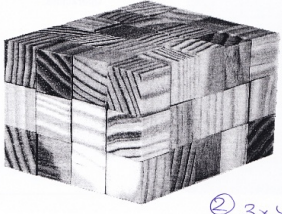
La gran majoria aquests alumnes, en algun moment o altre de la seva escolaritat, cap al 5è o 6è de primària, han treballat a classe el càlcul del volum d'un ortoedre i molts hauran retallat un cub desplegat i l'hauran muntat, o com a mínim ho hauran vist en un llibre de text.

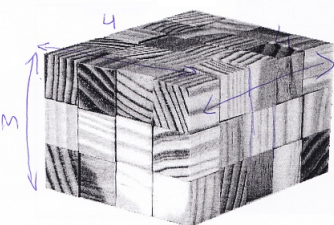
Qui s'escandalitzi per aquests minsos resultats, li prego que segueixi llegint; tal vegada, al capdavant d'aquest assaig, valori que la situació cognitiva d'aquests alumnes no és tan greu com li pot semblar ara. Algú hauria de realitzar algun dia un estudi sobre les valoracions que fem els profes dels errors dels nostres alumnes i de llurs implicacions emocionals, tant per a al professorat com per a l'alumnat. Com ens ha passat a tots més d'una vegada, també jo m'he desesperat corregint exàmens.

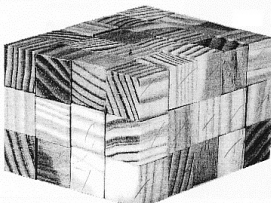
De les 55 proves dels cubets, n'he triat sis per examinar-les amb més deteniment i interpretar-les d'acord amb aquest criteris: La percepció de la fotografia, l'heurística aplicada, i si hi ha rectificacions de la percepció o de l'heurística.

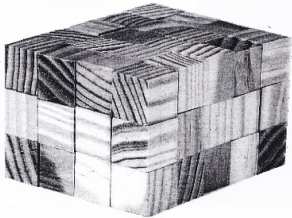
En els requadres de l'esquerra hi han els càlculs i les explicacions dels alumnes, en de la dreta la interpretació:

 Quantos cubets hi ha? 60 Explica breument com els has comptat: En aquest cas per saber quantos cubets hi ha he multiplicat l'alçada (3) per ampleçada (4) i per profunditat (5).	Alumne S.L. Percep tot el volum de l'ortoedre (les sis cares i l'interior). Coneix les "tres dimensions" i la fórmula. Heurística: compta els cubets de les tres dimensions i aplica la fórmula.
 Quantos cubets hi ha? 72 Explica breument com els has comptat: He comptat una cara del cub i he multiplicat per 6.	Alumne D.R. Percep les sis cares de l'ortoedre, però les veu totes iguals. Confon ortoedre i cub. Percep que cada cara té 3 x 4 cubets. Heurística: comptar els cubets de cada cara i multiplicar per 6..

 Quantos cubs hi ha? 70 Explica breument com els has comptat: dones he anat multiplicant els cubs que hi ha en la fila d'alt amb la d'abaix i després he sumat tot. També he multiplicat l'alçada per l'ample i després per la profunditat. Operacions: $ \begin{array}{r} 4 \times 3 = 12 \\ 5 \times 3 = 15 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 4 \times 3 = 12 \\ 5 \times 3 = 15 \\ \hline 70 \end{array} $ ② $3 \times 4 \times 5 = 60$	Alumne C.P. Percep les sis cares de l'ortoeдре. Heurística: comptar els cubs de cada cara i sumar-los. La fa, per bé que se n'oblida una. Són els 70. Alguna cosa, que no està expressada, el fa canviar de percepció i d'heurística. Rectifica, ratlla els càlculs i l'explicació, i aplica l'heurística de la fórmula.
--	---

 Quantos cubs hi ha? 36 Explica breument com els has comptat: he multiplicat els 4 que hi havia horitzontalment i l'he multiplicat per 3, i m'ha donat 12 que he multiplicat per 3 i m'ha donat 36. Operacions: $ \begin{array}{r} 4 \times 3 = 12 \\ 12 \times 3 = 36 \end{array} $	Alumne A.L. Es descompta d'un cubet en l'amplada. Primer sembla que percep l'ortoeдре sencer, ja que multiplica la cara frontal per l'amplada ($12 \times 4 = 48$). El ratllat potser indica que rectifica la percepció i sembla que percep tres cares només.
---	---

 Quantos cubs hi ha? 135 Explica breument com els has comptat: Multiplicant costats. Operacions: $ \begin{array}{r} 15 \times 9 \times 12 \times 6 \\ \times 6 \times 6 \\ \hline 135 \end{array} $	Alumne D.C. Sembla que percep l'ortoeдре sencer perquè el producte té sis factors. Potser percep iguals les tres cares "amagades" i confon el nombre de cubets d'aquestes 3 cares amb les 6 cares, per això repeteix 3 vegades el 6. Aplica l'heurística de multiplicar les cares, i es llença a multiplicar. Com que veu que li va sortint una quantitat enorme, rectifica i posa com a resultat el primer producte, 135.
---	--

 Quants cubs hi ha? 36 cubs 108 cubs Explica breument com els has comptat: He comptat els cubs d'a baix i he multiplicat per els del costat i el resultat he multiplicat per 9 hi m'ha donat 108. Operacions: $\begin{array}{r} 3 \\ \times 4 \\ \hline 12 \end{array}$ $\begin{array}{r} 12 \\ \times 9 \\ \hline 108 \end{array}$	Alumne F.O. En un primer moment percep només tres cares de l'ortoeдре (12 x 3). Rectifica, perquè sembla que percep les 6 cares, (12 x 6). Rectifica per segona vegada. Aquest 9 és fa difícil d'interpretar.
---	---

Examinades les 55 proves, amb aquests criteris es poden fer 7 grups:

Grup A: Percepció de la fotografia en 2D.

Grup B: Percepció de la fotografia en 3D. El cos té volum, però limitat a les cares (6 o menys) o superfície externa. És dona per fet que hi ha cares que no es veuen, però s'ignorarà l'interior del cos.

Grup C: Percepció de la fotografia en 3D. No s'ignora l'interior del cos. Errors en l'ejecució o en l'elecció heurística.

Grup D: Percepció de la fotografia en 3D. Heurística i execució correctes.

Grup E: Falten dades per interpretar o en blanc.

Grup F: Casos singulars de dubtosa interpretació. A més d'aquestes agrupacions, un altre criteri de classificació a tenir molt en compte és si l'alumne ha rectificat o canviat l'heurística inicial, durant el procés de resolució.

Grup RCH: Són alumnes, de qualsevol dels grups, que han rectificat o han canviat de percepció i/o d'heurística durant el procés de resolució. Són un total de 13 alumnes dels 55 (23,6%).

Les podeu veure amb més detall en aquest [enllaç](#).

Referint-nos al grup RCH, hi ha una dada important a tenir en compte: dels 13 alumnes que han rectificat o canviat bé la seva heurística inicial, bé la seva percepció, la majoria, un total de 9, malgrat la rectificació o el canvi que han fet, no han arribat a la solució correcta.

La rectificació o el canvi d'una heurística és un fet molt normal durant el procés de resolució d'un problema al que hi dedicarem més atenció en el capítol dedicat al govern de l'activitat cognitiva. En efecte, rectificar o canviar implica alguna mena d'avaluació del que s'està fent, una presa de consciència de que l'heurística que hem triat inicialment no és l'adequada, és a dir, que és *errònia*; de manera que, per força, hi ha d'haver algun motiu que fa saltar l'alarma

que ens diu que ens estem equivocant. Només es pot rectificar o canviar si és té consciència de governar el propi procés cognitiu, i això és la màxima expressió de la racionalitat humana i un dels principals paradigmes de l'educació contemporània.

Hi ha un parell de reflexions per apuntar a partir d'aquests 13 alumnes. La primera és que, en relació al altres, que només han fet una sola temptativa, aquests hi han dedicat més energia mental a la resolució del problema, amb independència, és clar, de si han reeixit o no. Són els alumnes que s'hi han esforçat més.

La segona reflexió ateny a l'aclaparadora quantitat d'alumnes que es limiten a fer una sola temptativa sense el menor indici d'haver intentat comprovar la veracitat de la seva solució. Si això ho interpretem com una simple despreocupació del acaba de fer, com si pensés: «jo he fet això i el profe ja dirà si està bé o no», aleshores es pot inferir que l'alumne no sap com comprovar la solució, cosa que implica que no governa prou bé la seva nau cognitiva. Insistirem més endavant sobre aquest assumpte.

«El timbre toca quan hi ha un munt de paraules demanades i el sembla que el debat no hagi arribat a cap conclusió. Els qui han comptat 60 cubets estaven prenent la iniciativa, fent-se escoltar i rumiant un argument definitiu per vindicar la seva raó.

—Però qui té raó? —em pregunten.

—Ah, no ho sé! —contesto, amb un gest de neutralitat—, jo només soc el profe.

De lluny, un alumne em mira amb ulls irònics. Ens has ben ensarronat, deu de pensar. »

Escriure un pensament

Si hi ha una qüestió objecte de controversia en la història de la psicologia cognitiva, aquesta ha estat, sens dubte, la relació entre llenguatge i pensament. Des de la perspectiva neurocientífica actual ja s'ha establert que l'acte mental que anomenem *pensar* o raonar és un complex que implica la col·laboració de representacions mentals, de processos lingüístics i no lingüístics.

L'apartat anterior s'ha centrat en explorar la diversitat d'heurístiques i percepcions detectades en la resolució d'un mateix problema; bé, si ara hi afegim l'aspecte lingüístic, podem radiografiar amb força objectivitat com és el pensament d'aquests alumnes respecte al problema que ens ocupa, un component bàsic per elaborar la corresponent estratègia didàctica.

Veiem i interpretem el pensament d'una quantitat d'alumnes a partir dels seus textos i dels càlculs. En els textos que segueixen, he respectat les faltes d'ortografia i la composició sintàctica. Penseu que el cent per cent d'aquests nois i noies tenen el català com a segona llengua. En [l'enllaç](#) que abans he esmentat, s'hi poden veure els textos de les 55 proves.

<i>Alumne</i>	<i>Càlculs i resultat</i>	<i>Explicació</i>
<i>S.L.</i>	$5 \times 4 \times 3 = 60$	<i>En aquest cas per saber quants cubs hi ha he multiplicat llargada (3) per amplada (4) i per profunditat (5)</i>
<i>A.G.</i>	$5 \times 4 \times 3 = 60$	<i>He multiplicat la base que son 5, l'altura que són 3 i els altres 4 cubs.</i>
<i>T.O.</i>	$4 + 5 = 9$ $9 \times 3 = 27$	<i>He multiplicat el volum per la base i el que m'ha donat ho he multiplicat per l'altura.</i>

S.L. i A.G. són conscients d'aplicar la fórmula correcta a l'objecte adequat, fórmula que van aprendre en un moment de la seva escolaritat, cap el 5è o 6è de primària. Quant al vocabulari específic, S.L. resol la mancança del terme *altura* amb una repetició sinonímica del terme *amplada* (per profunditat). En canvi, A.G., com que usa el vocabulari del càlcul de la superfície d'un rectangle (base x altura), en veure que li'n falta una, de paraula, opta per l'adjectiu *altres*.

Compareu aquestes dues explicacions anteriors amb la que fa T.O., que aplica la mateixa heurística, per bé que hi ha una *discordança* interessant en la primera frase, entre l'operació que explica i l'operació que fa (diu que multiplica volum per la base, però fa una suma, 4+5). També s'hi observa una confusió semàntica (multiplico volum per la base), que fa perillar la comprensió de la frase. Tornem a trobar-nos amb una barreja de vocabularis d'aprenentatges propers (rectangle i ortoedre, superfície i volum).

Malgrat algunes confusions i inconcreccions semàntiques i una discordança amb les operacions, podem concloure que les produccions lingüístiques (sintaxi i semàntica) d'aquests tres alumnes construcció són correctes, de manera que expressen amb claredat i sentit llur pensament.

Però mireu ara l'explicació de M.I.:

$15 + 12 = 17 + 20 = 37$ *Perquè tenim que comptar la part i saber quants cubs hi ha.*

Basabt-nos els seus càlculs, resulta clar que M.I. no percep el volum de l'ortoeidre, només *veu i compta* els cubets de les tres cares (15, 12, i 20), i, en sumar les dues primeres s'equivoca, i, a més, comet un dels errors típics de l'escriptura algebraica. Malgrat que l'heurística que aplica no és l'adequada, és clara i coherent: ell sap què fa. El que ja no és tan clar, és aquest enigmàtic *comptar la part* que escriu. Tal vegada, forçant la interpretació, es refereix a les tres cares que *hi veu*, i ha substituït el plural cares pel singular part.

I continuem amb nous enigmes, fins i tot respecte a les heurístiques:

P.F. $45 + 12 = 57$ *Comptant cada fila i per dins els cubs que hi ha per fora*

D.N. $8 \times 9 = 72$ *Els del costat i el altre costats*

El que vull constatar amb aquestes dos textos són els pocs o nuls nexes entre entre els càlculs i la seva justificació, és a dir, que hi ha una notable *discordança* entre les heurístiques aplicades i la seva explicació, com l'acció (operacions) i el pensament (llenguatge) anés cadascuna per la seva banda, sense cap mena de coordinació. Però malgrat tot, aquests alumnes han elaborat un pensament: poc reeixit?, sí, però pensament al cap i a la fi. És com un balbuceig de racionalitat, que cal alimentar perquè creixi i esdevingui adulta.

Compareu-les ara amb aquestes altres dues:

D.T. $4 \times 3 = 12$ *Jo e tret 12 perquè e multiplicat 4x3.*

H.A. $6 \times 4 = 24$ *6 per 4 son 24*

Sense entrar a comentar l'heurística que apliquen i la seva percepció de la fotografia, salta a la vista que l'explicació que fan D.T i H.A. es limita a repetir l'operació amb paraules. Es obvi que ni D.T. ni H.A. no han pensat cap explicació de manera conscient, la qual cosa no implica necessàriament una patologia cognitiva. Adoneu-vos-en que l'heurística que apliquen per a calcular el volum és la mateixa que han fet en l'activitat anterior, per calcular la superfície.

En són molts els docents que corroboraran que, sovint, quan es demana als alumnes que expliquin o que justifiquin l'estratègia que acaben d'aplicar per solucionar un problema, llurs explicacions venen a ser una repetició del que han fet, a l'estil de les dues que acabem de veure. Això és el que els ha vingut al cap, i això també és l'explicació. Pensar d'una manera racional, amb independència de si la pensada reïx o no, és un acte voluntari i conscient, que intenta, a través del llenguatge i de la lògica, produir un pensament. Més endavant, en propers capítols, entrarem a fons en aquestes aparents mancances de racionalitat.

El que vull apuntar, d'aquesta primera incursió sobre les relacions entre pensament i llenguatge, és que qualsevol didàctica que pretengui *ensenyar a pensar* haurà de facilitar també estructures lingüístiques i vocabularis específics.

Obstacles cognitius

Gaston Bachelard (1884-1962), filòsof i escriptor d'interessos polièdrics, autor d'una obra ja clàssica: *La formation de l'esprit scientifique* (1938), plantejà el desenvolupament històric del coneixement científic en termes d'obstacles. A ell devem el concepte d'*obstacle epistemològic* per referir-se al conjunt de dificultats que ha d'afrontar el pensament científic per reeixir. Exercí de professor de física i història de la ciència, i feu extensible la seva filosofia a la pràctica docent. Reflexionant sobre els errors en les concepcions científiques dels seus alumnes, va estendre el concepte d'obstacle epistemològic a l'àmbit pedagògic, i fou molt crític amb l'ensenyament científic de la seva època. Ningú no s'ha d'estranyar que li manllevi aquesta expressió.

Els errors inspiren la didàctica. Ja n'hem vist uns quants, suficients per adonar-nos dels dos principals *obstacles cognitius* pel que fa a l'aprenentatge del càlcul del volum de l'ortoeidre, que són:

- biaix perceptiu del geó ortoèdric, i
- una comptabilitat dels cubets empaquetats poc sistemàtica i eficient.

Continuo la lliçó.

«L'endemà, reparteixo les proves i una bossa amb 60 cubets per a cada alumne. Les proves porten dues menes d'anotacions: o un signe d'exclamació (resultat: 60 cubets) o un interrogant (resultat diferent de 60).

—L'exclamació —explico— vol dir que estic d'acord amb el vostre resultat. L'interrogant que no. Tots teniu una bossa amb 60 cubets. Els qui teniu una exclamació, heu de resoldre el següent problema: quants paquets diferents poden fer-se amb 60 cubets, és a dir, paquets diferents del de la fotografia. I els qui teniu un interrogant, heu de muntar el paquet de la fotografia de la prova.»

Dels obstacles perceptius ja n'he parlat a bastament. Centrem-nos ara en els aspectes més organitzatius i comptables. Observant com empaquetaven els cubets, des un bon començament, quasi tots els alumnes els apilaven de manera poc o gens sistemàtica, és a dir, sense una pauta regular i constant.

Observeu la figura 1.4. Vull dir que sovint començaven amb una pauta i podien continuar amb una altra de ben diferent. També ho feien així la majoria dels alumnes que havien superat la prova, i que duïen a terme els qui cercaven altres construccions ortoèdriques diferents a la de $3 \times 4 \times 5$

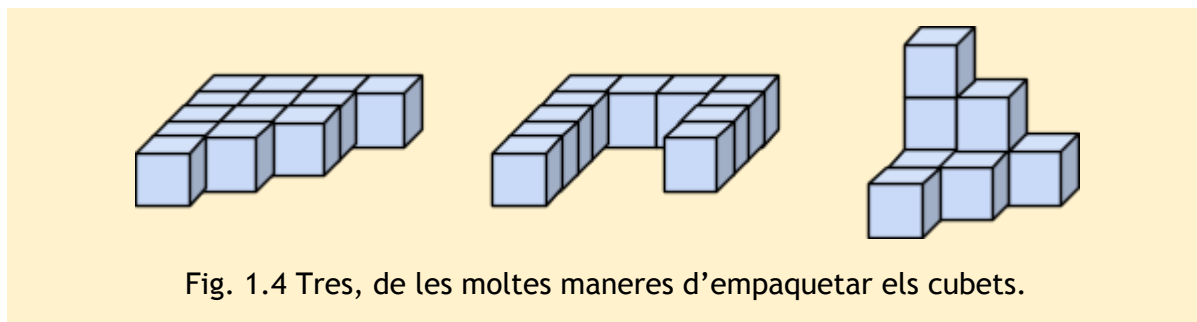


Fig. 1.4 Tres, de les moltes maneres d'empaquetar els cubets.

Es pot dir que és una manera de construir a la babalà, sense ordre ni concert, simplement s'ajunten i s'apilen cubets amb l'única condició de fer capes rectangulars i parets rectes, el com s'hi posen poc que importa. És un procediment espontàni, que, com que no efectua prèviament una anàlisi o una deconstrucció de l'ortoeidre en successives parts fins arribar als elements primitius, *obstaculitza* l'eficiència a l'hora de muntar el paquet de $4 \times 5 \times 3$, tal com comprovarem en l'apartat següent.

Constituir-se en coneixement

¿En què consisteix, doncs, aquesta deconstrucció analítica que facilita una comptabilitat eficient dels cubets aplilats? La resposta l'he presentada al començament del capítol, en la figura 1.2, i és la que *es constitueix en coneixement*, a saber: que qualsevol cubet està inclòs en una fila, i aquesta està inclosa en una placa, i aquesta està inclosa en l'ortoeidre. Totes les altres maneres d'empaquetar cubets, com les que suggereix la figura 1.4, cap d'elles no es constituirà en coneixement, malgrat que puguin arribar a resoldre el problema de la comptabilitat.

Aquesta estructura, formada per relacions d'inclusió, en la que hi nien els cubets, les files i les plaques, és una estructura de tipus recursiu ([+info](#)), és a dir: l'ortoeidre, a efectes de comptabilitat, es defineix com un arrenclement vertical de plaques, les plaques com un arrenclement transversal de files, i les files com un arrenclement longitudinal de cubets, i els cubets esdevenen la unitat primitiva de construcció.

Aquesta estructura és la que no està present de manera natural en la ment dels alumnes, ni en de la dels adults, llevat que no s'hagi après. Des d'un punt de vista estrictament psicològic, no és el mateix *veure* el paquet com un munt de cubets ben apilats verticalment, que *veure'ls*

organitzats per l'estructura que hem esmentat. La primera *visió* no facilita un mètode eficaç per comptar-los, la segona sí.

És una estructura que ens sembla senzilla, sí ... per a qui la coneix, i aquest era no el cas d'uns quants alumnes meus de primer d'ESO. Segur que en un moment o altra de la seva etapa de primària l'havien *mirat*, ja que surt dibuixada, però no sempre ben explicada, en tots els llibres de text de matemàtica.

Aquest tipus d'estructures, alhora niades i recursives, amb les que organitzem objectes arreglant-los en els tres sentits de l'espai, ens són molt properes i familiars. En efecte, part de la logística industrial del magatzematge es basa en variacions d'aquesta estructura, i, com no, el nostre sistema de numeració (unitats, desenes, centenes, milers, ... etc.) organitza les quantitats amb aquesta mena d'estructures.

Un procediment recursiu permet programar-se.

Vegeu el programa en acció en aquest [enllaç](#). L'he programat amb l'entorn de programació Scratch⁽⁵⁾, força familiar per als meus alumnes.

En la simplificació del programa que mostra la figura 1.8 es veu clarament l'estructura niuada, i també la jerarquia d'inclusió dels tres *arreglaments* i el control de les iteracions.

Continuem amb la lliçó.



Fig 1.5

«—Per muntar el paquet —dic als alumnes de l'interrogant— mireu com es fa de manera ràpida, i us serà més fàcil comptar-los —la pantalla mostra l'animació de l'[enllaç](#) anterior.

Si fóssim a tercer o quart de primària no posaríem d'entrada aquesta animació, sinó que arrancariem deixant fluir les múltiples construccions espontànies que es poden fer amb 60 cubets, és a dir, operariem amb mode fresc, però com que som a secundària, aquest coneixement el donem en mode conserva, ja que tenim per davant uns altres coneixements sobre l'ortoedre i les capses.

Però no ens avancem i tornem a l'aula. A mesura que passen els minuts, tots els alumnes de l'interrogant empaqueten correctament els 60 cubets que hi ha a la bossa. Després, la resta de l'hora, la dediquen al problema de trobar de quantes maneres diferents poden empaquetar els 60 cubets. No falta la pregunta:

—També val si els posem tots 60 en una sola fila?

—Sí, és clar, també és un paquet. Molt llarg i estret, sí, però paquet a la cap i a la fi. És un paquet poc pràctic, però a partir d'ell podem trobar la solució al problema.

Els cinc últims minuts de classe els dediquem a apuntar les dimensions dels diferents paquets que s'han trobat de manera empírica. No faltará la pregunta dels qui han trobat uns quants paquets de diferent dimensió. Un d'ells és l'alumne que ahir em llançava un somris irònic en acabar la classe.

—Quants paquets diferents hi ha?

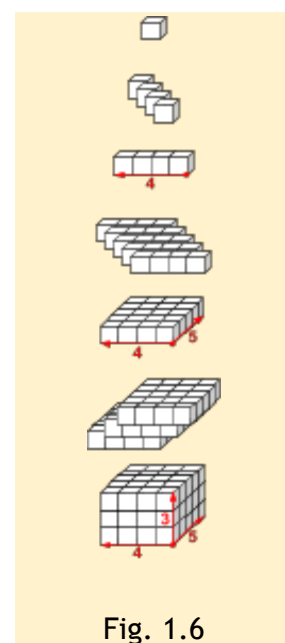
—M'has vist cara d'alumne empaquetador? —li contesto, amb un to jocós.»

Per experiència sé que en seran pocs, o cap, els alumnes que plantejaran aquest problema de manera aritmètica, a saber: trobar totes les ternes de nombres naturals, que multiplicats entre si donin 60. Tot arribarà. Però com que no ho he plantejat així, ja que manegen cubets i no pas nombres, i com que el context condiona molt més del que sovint creiem, ningú fa el salt al context purament aritmètic.

A la propera classe, aprofitant que tots els alumnes disposen d'ordinador i que l'institut té un compte de centre a Google, obro l'eina de dibuix del Drive i plantejo el següent repte:

«—Mireu [com ho faig](#), per dibuixar el paquet de 60 cubs en un moment —mentre m'explico, emfatitzo de manera exagerada la preposició *de*— :

1. Dibuixo un cubet, seleccionant del menú la forma cub.
2. En faig 4 còpies, del cubet.
3. Les arrenghero en sentit longitudinal, obtinc:
1 fila *de* 4 cubets.
4. En faig 5 còpies, d'aquesta fila.
5. Les arrenghero en sentit transversal, obtinc:
1 placa *de* 5 files *de* 4 cubets = $5 \times 4 = 20$ cubets
6. En faig 3 còpies, d'aquesta placa.
7. Les arrenghero en sentit vertical, i obtinc:
1 ortoedre *de* 3 plaques *de* 5 files *de* 4 cubets.
És a dir, 3 plaques de 20 cubets, que són 60 cubets



Passada una estona, durant la qual passejo entre pupitres i ordinadors portàtils, tot insistint en què si es vol ajustar bé els cubs entre ells, cal moure'ls poc a poc, tot combinant la tecla de

les majúscules amb les fletxes, remato la classe posant el gràfic de la figura 1.2, és a dir, el coneixement estructurat del càlcul del volum d'un ortoedre, i, a mesura que el comento, torno a emfatitzar la preposició *de*, en tant que expressió lingüística de la multiplicació.»

En aquest context digital es veu amb més claredat que ignorar, a l'hora de muntar el paquet, l'eficiència d'un procediment recursiu, és un obstacle d'ordre pràctic. En efecte, només cal, cronòmetre en mà, comparar el temps que es triga en muntar el paquet procedint de qualsevol de les maneres que suggereix la figura 1.4.

Un error memorable

L'objectiu de la següent classe consisteix en fabricar una capsa de paper per ficar-hi els 60 cubets. A la pantalla del projector de classe hi havia la fig 1.9, i a les taules dels alumnes un cubet, varis fulls A4 amb una quadrícula de 1,5 x 1,5 cm (la mida dels cubets) fotocopiada, tisores, regle, llapis, i una barra de pega.

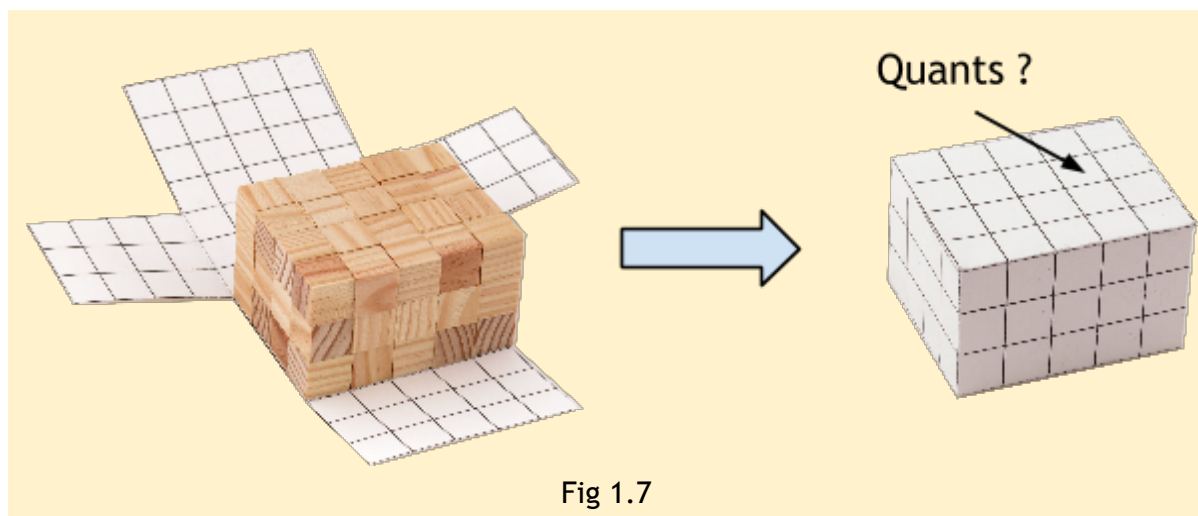


Fig 1.7

«—Suposo que, quan anàveu a escola, alguna vegada heu de retallat la plantilla d'un cub desplegat i l'heu muntat —els indico el que hi ha desplegat sota els cubets—. El que heu de fer avui és una capsa per ficar-hi els 60 cubets. Entesos? Si us plau, poseu un cubet sobre un quadradet de la fotocòpia, hi encaixa?

—Sí —contesten algunes veus.

—Per cert, algú em pot dir, abans de retallar i de muntar la capsa, quants quadradets de paper tindrà la superfície de la capsa?

—Seixanta! —contesten immediatament i a l'uníson un munt de veus.

—Em deixeu parat, teniu una calculadora als ulls? —dic, amb to irònic—. Quan tingueu la capsa feta, ja els comptarem i veurem si aquesta calculadora els compta bé. De moment

penseu com s'ha de desplegar una capsa amb una sola peça, és com si peléssim o obríssim una taronja sense trossejar-ne la pela, i no hi ha una única manera de fer-ho. Fixeu-vos en aquesta [interactivitat](#) feta amb el [Geogebra](#) »

Centrem-nos uns moments en aquest 60. Intueixo que si es fa la mateixa activitat amb una mostra representativa de la població escolar, seria la resposta la majoritària. A l'aula estant, el que més sorprèn és la rapidesa i l'espontaneïtat de la resposta col·lectiva, de que hi ha tants quadrats com cubs. No dic que la totalitat dels alumnes de la classe es manifestessin en veu alta, però una gran part sí. Més d'un docent confirmarà, per experiència pròpia, un relat semblant bé quan ha treballat la superfície i el volum bé amb altres temes. Sovint el grup d'alumnes contesta massivament a una qüestió i dona una resposta que a primera vista sembla evident i després resulta que no és. Les preguntes-trampa, així m'agrada anomenar-les, són un bon recurs didàctic per a fer-nos rumiar a tots plegats, alumnes i profes.

És tracta d'un error? Evidentment que ho és. La qüestió és com interpretar-lo sense precipitar-nos a atribuir l'error a una simple confusió de percepció entre cubs i quadrats. És clar que hi han d'intervenir els processos perceptius que ja hem apuntat, altrament no seria possible l'activitat, però el sentit de la pregunta (quants quadradets de paper tindrà la capsa?) ha estat prou reforçada amb la imatge del propi desplegament de la capsa de paper de l'ortoeidre de tal manera que la immensa majoria dels alumnes prou comprenen què se'ls demana. És clar que atribueixen de manera espontània la mateixa mesura a un volum i a la superfície que l'envolta.

Hi ha varies observacions a fer per tal de situar la qüestió que vull plantejar arran d'aquest error:

Primera: El número 60 (la quantitat de cubets empaquetats) és part explícita del context de la pregunta.

Segona: l'espontaneïtat de la resposta. Pot afirmar-se que és una resposta automàtica, perquè no hi ha mediat temps entre el final de la pregunta i l'inici de la resposta. Si disposéssim d'una filmació, veuríem la resposta espurnejar als ulls dels alumnes uns instants abans de concloure la pregunta. Com si totes les ments haguessin actuat, des del punt de vista cognitiu, a l'uníson, com tallades per un mateix patró: prendre una part del context de la pregunta (60) i donar-lo com a resposta.

Tercera, i entrem en l'esfera emocional: crida l'atenció, si n'ets testimoni directe, una expressió d'autocomplaença en les cares dels alumnes, en els breus instants en què

pronuncien la resposta. Es copsa en les seves cares una manifestació d'afirmació i de seguretat de que han trobat la resposta correcta. Vaja, que n'estan ben convençuts: no hi ha dubtes que entelin la resposta. Fa goig veure tanta il·lusió que fins i tot sap greu contradir-los! Té tanta força la il·lusió cognitiva que no recordo cap alumne que em digués: espera un moment profe, que comptaré els quadradets un a un. Si en una cosa és especialista l'error és en crear-nos la sensació de que no ens hem equivocat. Més d'un col·lega confirmarà que ha viscut situacions semblants.

En el proper capítol, que dedicarem exclusivament a l'error, aquestes tres observacions ens introduiran a un dels paradigmes de la psicologia cognitiva actual, els biaixos cognitius, partir del qual interpretarem aquesta resposta.

El potencial heurístic d'una activitat

Continuem la lliçó: muntàvem la capsa per contenir els 60 cubets. Per descomptat, els alumnes no tenien la plantilla de l'ortoe dre desplegat, només tenen un full quadriculat, llapis, regle, pega i tisores, i, és clar, les seves dimensions de l'ortoe dre. A més, havien vist, en la interactivitat creada en l'entorn Geogebra, els onze diferents desplegaments d'un cub, però, i de manera intencionada, no deixava que experimentessin amb ella, abans volia que es barallessin amb el paper i les tisores.

Sense la plantilla de l'ortoe dre desplegat, els alumnes van obligats a concebre-la i a dibuixar-la. Vet aquí un problema amb el que anomeno *potencial heurístic*. Entenc per potencial heurístic d'una activitat didàctica el grau d'obertura que posseeix, és a dir, si permet diferents accions per començar a actuar sobre el punt de partida. Una bona analogia seria l'inici d'una partida d'escacs que admet un munt d'obertures possibles, i de cada obertura se'n derivarà una partida diferent. En el nostre cas, hi ha onze patrons possibles per a desplegar un ortoe dre, és a dir, onze desenllaços de l'activitat que no hem de confondre amb les accions inicials que marquen l'obertura de l'*espai del problema*⁽⁶⁾.

La majoria dels alumnes intentarà (temptativa cognitiva) dibuixar el desplegament a partir d'un dels patrons més normals: el desplegament en creu. I aquí és on s'obren les possibles accions per tal d'encaixar i ordenar bé els successius rectangles que han de dibuixar i la seva contigüitat, per tal de plasmar el patró que tenen en ment, i és aquí que s'hi produiran la major part dels errors. Perquè una característica de l'acció en els entorns oberts és la de poder actuar amb total llibertat amb les regles que governen els seus elements.

No confonem les heurístiques implícites en les temptatives cognitives amb el potencial heurístic d'un problema. La primera afecta al subjecte i la segona als objectes. El potencial heurístic el trobem en els problemes oberts, és a dir, en aquells que permeten el desenvolupament de diverses estratègies per obtenir una o més d'una solució les quals, a la vegada, generaran una ampliació o una redefinició del problema inicial. Els problemes oberts es contraposen amb els tancats, la solució dels quals no demanda cap estratègia sinó l'aplicació d'un algorisme conegut.

Erupció i latència dels errors.

Paga la pena col·leccionar els desenvolupaments erronis dels alumnes sobre qualsevol mena de poliedres. En molts casos no es gens immediat saber en què ha fallat un alumne.

Al llarg d'aquesta lliçó, com veurem en el següent apartat, els alumnes es faran un tip de desplegar ortoedres de moltes mides i comptaran només de una sola informació: les seves dimensions, és a dir, una terna de nombres. No és el mateix tenir l'ortoedre construït al davant i fer-lo servir de model que disposar només d'una informació numèrica; els errors que es recol·lecten són més abundants en el segon cas. Amb tot, si un enceta una col·lecció d'aquestes característiques sempre s'haurà d'indicar les condicions inicials.

El següent desplegament és un exemple d'un dels errors més abundants —m'he estalviat les pestanyes—. Les línies verdes indiquen els dobles, que delimiten les cares.

Fixeu-vos quins costats no encaixaran quan es munti. Adoneu-vos que les 3 dimensions, malgrat haver-se usat totes en el desplegament, no es corresponen a les 3 parelles de rectangles: 3x5, 4x5 i 3x4. S'ha menjat la 4x5.

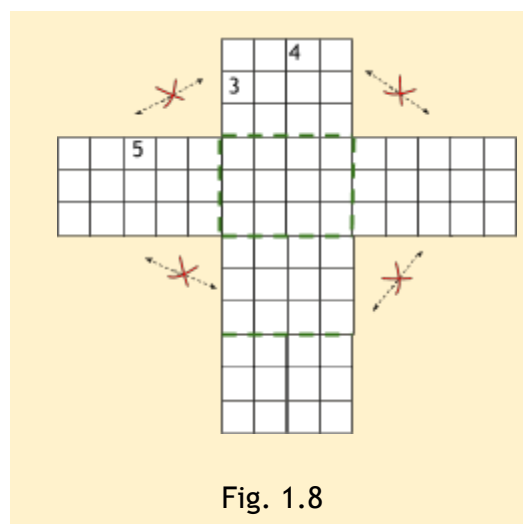


Fig. 1.8

Aquest alumne ha aplicat la seva heurística triant el patró més comú i l'ha resolt d'aquesta manera. En muntar-lo, prou que s'adonarà que les dues cares laterals (5x3) no encaixaran amb les seves respectives parelles, que sobresortiran i seran més llargues. En aquest cas, és del propi objecte —no oblidem que l'objecte és el resultat de les accions del subjecte— del que n'emana l'error, i quan això s'esdevé ho fa d'una manera eruptiva, clara i rotunda, que no admet dubtes: el desajust entre les dues arestes que s'han d'encolar és una prova fefaent de que s'ha comés un error en el desplegament de l'ortoedre, i la presa de consciència per part

de l'alumne és immediata. No hi ha lloc per a la il·lusió cognitiva perquè s'ha desfermat un *conflicte cognitiu*.

En canvi, en la prova dels cubs empaquetats, els errors no poden emanar directament de la manipulació real de l'objecte ja que, per la pròpia naturalesa de l'activitat, només s'hi actua mentalment, amb la imaginació, de manera que l'emergència d'un conflicte cognitiu no serà immediata. La presa de consciència d'error per part del subjecte no té el caràcter eruptiu de l'activitat anterior, sinó unes altres característiques que admeten més matisos. En efecte, repassem aquests dos casos:

Alumne D.R.

Heurística: Percep que cada cara té 3 x 4 cubets. Comptar els cubets de cada cara i multiplicar per 6.

Resposta $6 \times 12 = 72$ cubets.

Alumne D.C.

Heurística: multiplicar els cubets de les sis cares. Tot i que els compta confusament, comença la multiplicació: $15 \times 9 \times 12 \times \dots$ ($15 \times 9 = 135$; $135 \times 4 = 1.215$; $1.215 \times 12 = 14.580$) ...

Resposta: 135 cubets

L'alumne D.R., avalua que la seva heurística li ha donat un resultat plausible (72 cubets), de manera que ja no es planteja res més. En canvi, l'alumne D.C. ha entrat en conflicte cognitiu i rectifica la seva heurística en veure que el resultat (14.580 cubets) és una quantitat exagerada i aleshores opta per triar com a resposta una quantitat més moderada d'entre els càlculs que ha fet, i tria 135 cubets, que és una quantitat igualment plausible.

La ment, mentre resol un problema, d'una manera o altra s'espavila per avaluar constantment si el que fa s'ajusta o no als seus objectius, és a dir, es retroalimenta contínuament i no pot deixar de fer-ho, és un mecanisme arrelat en el nostre cervell que l'evolució ha posat a disposició de la ment racional. Ambdós alumnes l'han utilitzat d'una mateixa manera, avaluant si el resultat s'adapta a les expectatives creades, i l'expectativa, que mai es precisa, només dictamina si és plausible o no. En el segon cas (el dels 14.580 cubets) l'error emana també d'una manera eruptiva, per bé que l'actuació posterior no l'esmena. Però en el primer cas, com que el resultat (72) és tant pròxim i creïble, l'error no es manifesta. L'alumne

seguirà tranquil, creient que el seu resultat és veritable. Quan l'error s'amaga, entra en estat de latència i la il·lusió de saber s'instal·la, i només es manifestarà si algun factor extern entra en joc i li contradiu el resultat. No sempre estan a l'abast del profe els recursos per posar l'alumne en contradicció. En el cas que ens ocupa, per exemple, si li posem l'animació creada amb Scratch i el convidem a comptar els cubets, comptarà una altra quantitat i s'evidenciarà el seu error.

Un fracàs didàctic

Durant bastants cursos, quan treballava el tema *Forma, volum i superfície*, acostumava a posar el següent problema:

Quantes capses de formes diferents es poden construir que tinguin un volum de 64 cm^3 ? Quina d'elles gastarà menys cartolina per construir-la? (se sobreentén que totes les capses tenen forma ortoedrica).

Durant la resolució del problema permetia intercanvis entre companys de taula, però estava plantejada com una activitat individual. És un problema que demana el seu temps. En efecte, primer cal determinar quantes capses de forma diferent tenen un volum de 64 cm^3 , cosa que s'esbrina generant de manera sistemàtica ternes (les tres dimensions de la capsa) de nombres naturals el producte dels quals sigui 64, i per obtenir-les cal esbrinar abans tots els divisors de 64. S'obtenen 7 ternes, que són les dimensions de les 7 capses. Es calcula la superfície de cada capsa, i es comparen. Resulta que la que gasta menys cartolina és la forma cúbica. A partir d'aquest resultat la qüestió es connecta cap a altres àmbits de la ciència i la tecnologia⁽⁷⁾.

Però la activitat esdevenia llarga i feixuga, fins i tot tediosa, i no exempta de complicacions per a molts alumnes, cosa que demanava un guiatge constant per part meva, per tal d'orientar alumnes extraviats en la complexitat del problema o per engrescar els desanimats. Costava déu i ajut que tothom tingués clares les fases de l'estratègia de resolució, que ordenés bé tant les operacions a fer com interpretar la informació que generaven. Eren tantes les meves intervencions, unes a nivell individual i d'altres a nivell col·lectiu, que l'activitat es transformava en mitja lliçó magistral, frenètica i plena d'interrupcions, la qual cosa també em desanimava a mi. No era aquest el planteig inicial: per treballar bé un problema, les

indicacions del profe no han de ser moltes. Se'm feu evident que no havia encertat ni amb l'enfocament del problema ni tenia la clau de la motivació.

Un curs, mentre un alumne llegia l'enunciat del problema, i jo l'escoltava sense gaire convicció, i conscient del poc entusiasme que despertava en els meus alumnes, la necessitat de superar aquella atonia general, sens dubte, m'estimulà la imaginació. No vaig canviar el problema, sinó que el vaig integrar dins un relat l'argument del qual se m'acudí en aquell mateix moment. Vaig crear un context narratiu (una fàbrica de caps) en el que cada alumne havia d'interpretar i representar un paper, i fins i tot i havia un paper per a mi. Oli en un llum: l'activitat va funcionar i va anar més enllà del que jo havia previst en un primer moment. Ja ho diu la dita: la inspiració arriba, però ha de trobar-te treballant.

La fàbrica de caps

Vet aquí el relat:

«Un fabricant de daus arriba al polígon industrial de primer curs del vostre institut, on diverses empreses es dediquen a l'embalatge.



Fig 1.9

Visita la vostra empresa i us fa la següent comanda:

—Jo fabrico daus d'un centímetre cúbic i els vull empaquetar en caps de 64 daus. Què m'oferiu?

—I com voleu que sigui la caps? De quines mides? —li pregunteu.

—No ho sé —contesta ell—, però crec que hi d'haver diverses caps de formes diferents que puguin contenir els 64 daus, vull dir que cadascuna d'aquestes caps tindran mides diferents. De manera que necessito que em digueu totes les caps possibles, per decidir-me.

—Entesos, però hem de saber quantes caps voleu —li pregunteu.

—En necessito 1.000.

—D'acord, d'aquí uns dies li escriurem i li direm quantes formes de capsos possibles hi ha que puguin contenir exactament els 64 daus.

—D'acord, però tingueu present que jo soc una persona molt pràctica i vull veure els dibuixos de les capsos amb les seves mides, i també vull tocar les maquetes de totes les capsos.

—Cap problema, li farem un dibuix i una maqueta de cada capsa, i així podreu decidir.

—D'acord, però com que hi ha molta crisi només compraré la capsa més barata.

—Cap problema, ja us direm quina és la capsa més barata i quant us costaran les 1.000 capsos.

Les empreses es va posar a treballar.

(Comprades a l'engròs, una cartolina de 65 cm x 50 cm costa 25 cèntims.)

Pocs dies després, el fabricant de daus va tornar i cada empresa ja havia preparat un mural amb els plànols de cada capsa, les seves maquetes, els càlculs de la cartolina que gastava cada capsa i una proposta econòmica amb la seva oferta.»

L'aula es transforma en un polígon industrial, on operen diferents empreses de packaging. Caldrà muntar els equips humans de les empreses. A l'atzar, trio tres nois i tres noies, que faran el paper de caps d'empresa. Surten a la pissarra i comencen a triar el seu equip, per torns, un a un, ara un noi, ara una noia. És un moment ple d'excitació col·lectiva. Les empreses queden constituïdes. Ara necessiten un nom per a l'empresa i un símbol, obrir un document al Drive per compartir entre tots: hi ha molta feina a fer. A la següent classe, se sent poc al profe, les empreses ja treballen per esbrinar quantes capsos de forma diferent es poden fer per contenir 64 daus. Tot comença a rutllar, tant bé que, fins i tot, apareixen els primers conflictes entre membres d'un mateix equip: profe, et toca fer de mediador i d'àrbitre.

En aquest enllaç hi teniu la [guia i planificació del projecte](#).

El benestar escolar

Tot plegat esdevé un exercici d'imaginació didàctica que integra continguts curriculars en una estructura narrativa el desenvolupament de la qual requereix d'interacció social.

Immersos en aquesta situació, els aprenentatges dels alumnes adquireixen un sentit i un valor

d'utilitat al simular un context social real. Per una altra banda, com que necessàriament es produeixen interaccions entre els alumnes d'un mateix equip, és obvi que durant el desenvolupament de l'activitat també es produiran intercanvis i es contrastaran coneixements, que més d'una vegada entraran en conflicte cognitiu, fet que propiciarà la presa de consciència d'errors.

De tots els reptes de la didàctica, el de trobar un relat potent amb capacitat d'integrar coneixements, és, per a mi, el més bonic i estimulante de tots. No cal dir que l'ambient a l'aula, en general, es engrescador i proporciona una satisfacció i un benestar tan personal com col·lectiu.

La cuina de la didàctica

Fins aquí la crònica d'aquesta lliçó, que ben bé ha durat unes 15 hores lectives. Al llarg d'aquesta exposició he apuntat tota una sèrie de reflexions i de conceptes de diferents disciplines els quals conformaran l'objecte d'aquest assaig sobre la didàctica. Una didàctica que, com es veu a venir, també pretén fusionar les matèries acadèmiques de ciències, tecnologia i matemàtiques. Ara, el repte és desenvolupar amb més profunditat tota aquesta amalgama d'idees a fi de modelar una proposta didàctica, i dotar-la de coherència i de sentit. Ja ho diu el refrany: cada mestre té el seu llibre.

El següent capítol tractarà de l'error. S'hi exposarà, en primer lloc, unes quantes visions de diferents autors que hi han reflexionat, tant des del punt de vista filosòfic, psicològic com pedagògic. Aprofundiré en tres dels paradigmes actuals de la psicologia cognitiva: la teoria dual del raonament, els biaixos cognitius i la teoria de la ment; ja que fan contribucions importants a la didàctica. A l'últim, amb aquestes eines, faré un exercici d'interpretació d'uns quants errors extrets de treballs dels meus alumnes, i, per descomptat, també em referiré a l'error memorable que ja he exposat.

El tercer capítol tractarà de l'aprenentatge del govern del propi procés cognitiu. S'intentarà concretar i justificar un determinat model didàctic per afirmar, en els nostres alumnes, aquesta facultat natural que tenim els éssers humans de conduir la nostra cognició cap un objectiu. No es tracta d'*aprendre a aprendre*, expressió molt de moda avui dia, sinó d'*aprendre a equivocar-se*. Contra aquest model hi llançarem uns quants coneixements curriculars concrets de les àrees de matemàtica, ciències i tecnologia per tal de reconstruir-los i presentar-los com un problema a resoldre, acció que també servirà per contrastar la seva utilitat.

En el quart i últim capítol, i per cloure la proposta didàctica, exposarem algunes demos sobre com integrar aquests coneixements, ja reconstruïts com a problema a resoldre, en estructures o relats narratius que impliquin una activitat cooperativa entre l'alumnat.

Notes del capítol I

(1) Cito literalment de la versió del *Método* publicada l'any 1966 per l'editorial Eudeba.

«Sabientote, como ya te lo he dicho, estudioso y maestro excelente de filosofía y como sé que sabes apreciar, llegado el caso, las investigaciones matemáticas, he creído conveniente exponerte por escrito e ilustrarte en este libro la particularidad de un método, segun el qual te será posible captar ciertas cuestiones matemáticas por medios mecánicos, lo qual, estoy convencido, de que será útil también para demostrar los mismos teoremas. Yo mismo, alguna de las cosas que descubrí primero por via mecánica, las demostré luego geoméricamente, ya que la investigación hecha por este método no implica verdadera demostración*.» (pàg. 34)

*Arquimedes es refereix a la demostració del càlcul del volum de l'esfera.

(2) Figura A: un mexicà fent la migdiada. Figura B: un ós grim pant per un arbre. La figura A s'ha manllevat de la novel·la *Los detectives Salvajes* de Roberto Bolaño (Ed. Anagrama). Quant a la B, de Psicologia Cognitiva (Smith & Kosslyn, 2007), pag. 57.

(3) L'Aprenentatge implícit és una forma d'aprenentatge que no requereix necessàriament la consciència sobre els continguts o procediments que s'estan aprenent, com és el cas de l'aprenentatge del llenguatge. Aquest terme fou suggerit per primera vegada per Arthur Reber ([+info](#))

(4) Aquesta prova, i tota l'activitat didàctica comentada en aquest capítol, les vaig fer amb alumnes de primer i de segon d'ESO, durant els cursos del 2010 al 2013 a l'Institut Can Peixauet, de Santa Coloma de Gramenet, on treballava aleshores.

(5) Scratch és un llenguatge de programació concebut per introduir la programació a l'escola primària i secundària. Creat pel grup [Lifelong Kindergarten](#) (coordinat per M. Resnick), del Media Laboratory de l'Institut Tecnològic de Massachusetts. És l'heureu i continuador de la filosofia pedagògica del llenguatge LOGO, desenvolupat per en S. Papert a la dècada del 1970, al mateix institut. [+info](#)

(6) Concepte definit per Allen Newell i Herbert Simon, en la seva obra comuna *Human Problem Solving*. L'espai del problema és el conjunt d'estats o possibles eleccions que afronta la persona que vol resoldre el problema, des de l'estat inicial fins l'estat final, o objectiu del problema. És discutible que aquest concepte sigui aplicable a tota mena de *problemes*, però aquesta és una discussió interessant perquè implica definir què s'entén per problema, o bé, definir les característiques dels problemes que tenen un *espai definible*. Un exemple de problema amb espai definible seria el joc de les [Torres de Hanoi](#), en el que es possible definir tots els possibles moviments de les peces, jugada rere jugada.

(7) De tots els ortoedres que tenen el mateix volum, el de menys superfície és el cub; i de tots els cossos que tenen el mateix volum, amb independència de la seva forma, el de menys superfície és l'esfera. A partir d'aquí, el tema es pot connectar amb les formes esfèriques presents en la naturalesa (per exemple les bombolles, els planetes, determinats ous, etc.), amb

diferents tecnologies: relació entre forma d'un habitatge i l'estalvi d'energia, la fabricació de capsos, etc.